

Leyes Básicas del Álgebra de Boole

- Leyes básicas del Álgebra de Boole:
 - Leyes conmutativas de la suma y multiplicación.
 - Leyes asociativas de la suma y multiplicación.
 - Ley distributiva.
- Son las mismas que las del álgebra ordinaria.

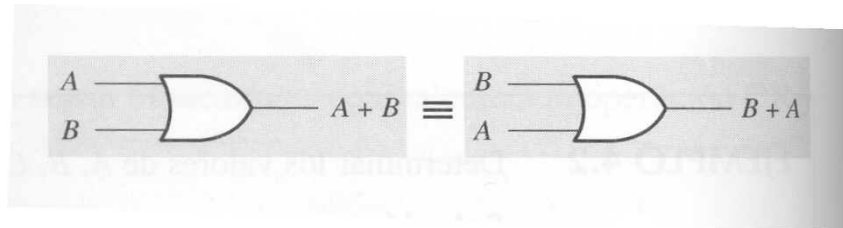


Leyes Conmutativas

- El orden en que se aplica a las variables la operación OR es indiferente:

Ley conmutativa de la suma para dos variables

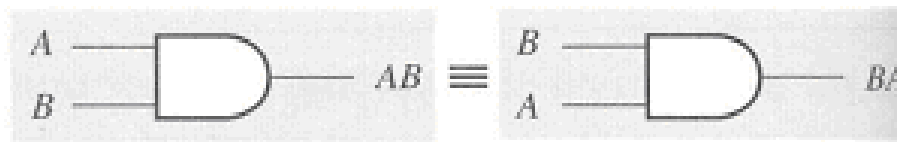
$$A+B = B+A$$



- El orden en que se aplica a las variables la operación AND es indiferente:

Ley conmutativa de la multiplicación para dos variables

$$AB = BA$$

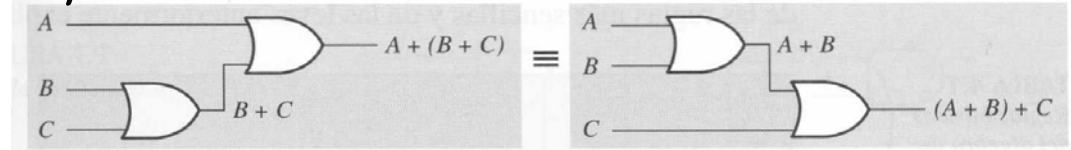


Leyes Asociativas

- Al aplicar la operación OR a más de dos variables, el resultado es el mismo independientemente de la forma en que se agrupen las variables:

Ley asociativa de la suma para tres variables

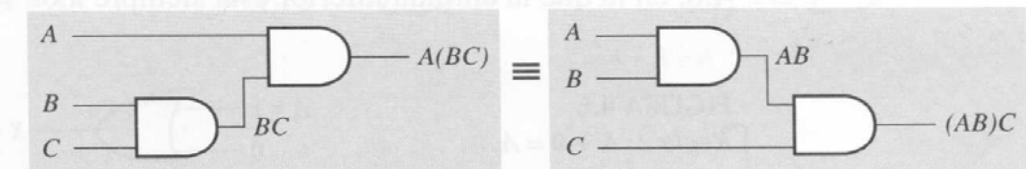
$$A + (B + C) = (A + B) + C$$



- Al aplicar la operación AND a más de dos variables, el resultado es el mismo independientemente de la forma en que se agrupen las variables:

Ley asociativa de la multiplicación para tres variables

$$A(BC) = (AB)C$$



Ley Distributiva

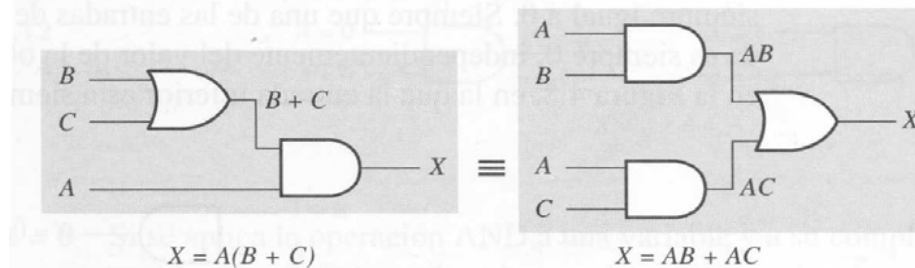
- Aplicar la operación OR a dos o más variables y luego aplicar la operación AND al resultado de la operación y a otra variable aislada, es equivalente a aplicar la operación AND a la variable aislada con cada uno de los sumandos y luego aplicar la operación OR a los productos resultantes.
- Esta ley también expresa el proceso de sacar factor común, en el que la variable común se saca como factor de los productos parciales.

Ley distributiva para tres variables

$$A(B + C) = AB + AC$$



Escuela Politécnica Superior



Reglas Básicas del Álgebra de Boole

- Muy útiles para la manipulación y simplificación de expresiones booleanas.

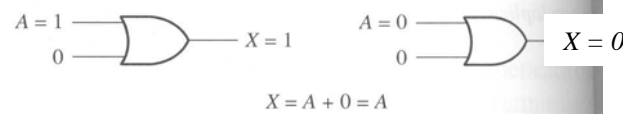
1. $A + 0 = A$	5. $A + A = A$	9. $\overline{\overline{A}} = A$
2. $A + 1 = 1$	6. $A + \overline{A} = 1$	10. $A + AB = A$
3. $A \cdot 0 = 0$	7. $A \cdot A = A$	11. $A + \overline{A}B = A + B$
4. $A \cdot 1 = A$	8. $A \cdot \overline{A} = 0$	12. $(A + B)(A + C) = A + BC$

A, B, o C pueden representar una única variable o una combinación de variables.

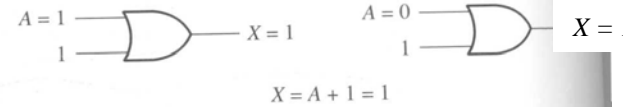


Reglas del Álgebra de Boole: Demostraciones (I)

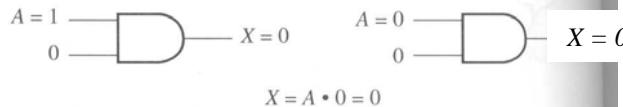
1. $A + 0 = A$



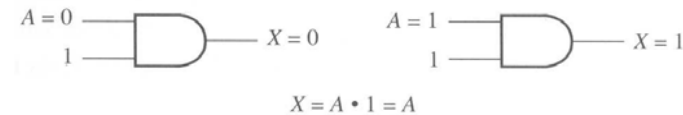
2. $A + 1 = 1$



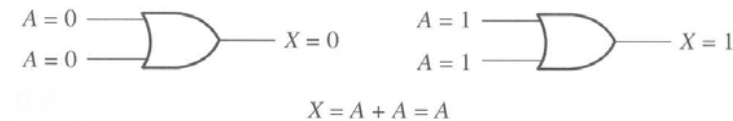
3. $A \cdot 0 = 0$



4. $A \cdot 1 = A$

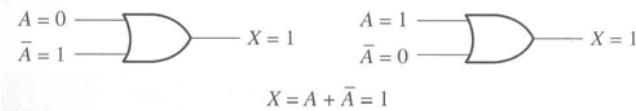


5. $A + A = A$

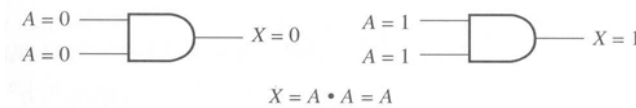


Reglas del Álgebra de Boole: Demostraciones (II)

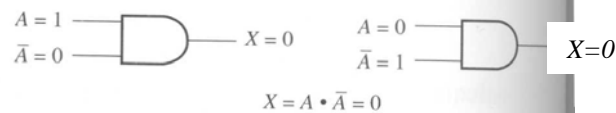
6. $A + \bar{A} = 1$



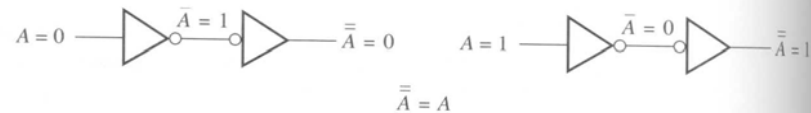
7. $A \cdot A = A$



8. $A \cdot \bar{A} = 0$



9. $\bar{\bar{A}} = A$



Reglas del Álgebra de Boole: Demostraciones (III)

10. $A + AB = A$

$A + AB = A(1 + B)$ Sacar factor común A (ley distributiva)
 $= A \cdot 1$ Regla 2: $(1 + B) = 1$
 $= A$ Regla 4: $A \cdot 1 = A$

A	B	AB	$A + AB$
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	1
1	1	1	1

igual



Reglas del Álgebra de Boole: Demostraciones (IV)

11. $A + \bar{A}B = A + B$

$$\begin{aligned} A + \bar{A}B &= (A + AB) + \bar{A}B \\ &= A + (A + \bar{A})B \\ &= A + 1 \cdot B \\ &= A + B \end{aligned}$$

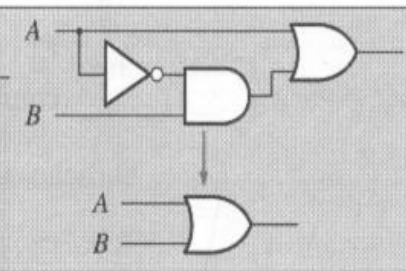
Regla 10: $A = A + AB$

Sacar factor común

Regla 6: $A + \bar{A} = 1$

Regla 4: $A \cdot 1 = A$

A	B	$\bar{A}B$	$A + \bar{A}B$	$A + B$
0	0	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	1	0	1	1



Reglas del Álgebra de Boole: Demostraciones (V)

12. $(A + B)(A + C) = A + BC$

$$\begin{aligned} (A + B)(A + C) &= AA + AC + AB + BC \\ &= A + AC + AB + BC \\ &= A + BC \end{aligned}$$

Ley distributiva

Regla 7: $AA = A$

Regla 10: $A + AB = A$
(aplicada 2 veces)

A	B	C	A+B	A+C	(A+B)(A+C)	BC	A+BC
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

